



Velocidad límite: La velocidad máxima de cualquier móvil es $c_0 = 3 \cdot 10^8$ m/s.

* Michelson y Morley determinaron que la velocidad de la luz (o de los fotones) es independiente del movimiento del observador. Es decir, todos los observadores miden la misma rapidez c para los fotones, independiente del movimiento entre la fuente de luz y el observador.

b) Relatividad Especial.

La información anterior se puede resumir en los **Postulados de Einstein:**

- No es posible distinguir el Movimiento Uniforme Rectilíneo de un modo absoluto.

Ejemplo.

Ambos movimientos son equivalentes:

[B se aleja con MUR y A está quieto] y [B está quieto y A se aleja con MUR]

Corolario: el reposo es relativo.

- La velocidad de la luz es independiente del movimiento de la fuente.

Consecuencias de los Postulados de Einstein.

* Todos los observadores miden la misma velocidad de la luz, independiente de su movimiento relativo.

* El espacio es relativo

* El tiempo es relativo.

FACTOR DE LORENZ

Se define el **Factor de Lorentz** como:

$$\gamma(x) = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2/c^2}} \geq 1 \quad \text{Ec 1}$$

$$\text{Si } x \ll c: \gamma(x) \approx 1 + \frac{1}{2} (x/c)^2$$

c) Relatividad del espacio

Definición de longitud propia " l_0 "

La longitud propia corresponde a la longitud de un objeto medida desde un Sistema de Referencia donde el objeto está en reposo.

CONTRACCIÓN DE LONGITUDES

Si

l_0 = longitud propia de un objeto

l = longitud del objeto medida por un observador que se mueve con una rapidez v .

Luego:

$$l = l_0 / \gamma(v) \leq l_0 \quad \text{Ec 2}$$

La anterior fórmula se puede convertir en el caso “clásico” cuando la rapidez del observador es mucho menor que c (nuestro mundo cotidiano).

Si $v \ll c$:

$$l \approx l_0 / (1 + \frac{1}{2}(v/c)^2)$$

$$\text{Si } v = 0.1 c : l = 0.995 l_0$$

$$\text{Si } v = 1000 \text{ Km/h} \sim 10^{-6} c : l \approx \left(\frac{1}{1 + 5 \cdot 10^{-13}} \right) l_0 \approx l_0$$

∴ Si $v \ll c$, la Relatividad Especial se convierte en Mecánica Clásica Diferencia indetectable

Es decir, la Relatividad Especial no invalida a la Mecánica Clásica.

La Relatividad Especial amplía el rango de aplicación de la Mecánica, debido a que la Relatividad Especial “funciona bien” con todas las rapidezces posibles.

La Relatividad Especial es una mejor aproximación de la realidad que la Mecánica Clásica.

d) Relatividad del tiempo

Definición de tiempo propio “ Δt_0 ”

El tiempo propio corresponde al intervalo de tiempo medido entre dos sucesos que ocurren en el mismo lugar según un observador específico.

DILATACIÓN DEL TIEMPO

Δt_0 = tiempo propio (medido por el observador que ve los eventos en el mismo lugar).

Δt = tiempo medido entre los mismos dos sucesos por un observador que se mueve con una rapidez v (como este observador se está moviendo, no ve que los sucesos ocurren en el mismo lugar).

$$\Delta t = \gamma(v) \Delta t_0 \geq \Delta t_0 \quad \text{Ec 3}$$

Caso clásico: $v \ll c$.

$$\Delta t = \Delta t_0 (1 + \frac{1}{2}(v/c)^2)$$

$$\text{Si } v = 0.1 c : \Delta t \approx 1.005 \Delta t_0$$

$$\text{Si } v = 1000 \text{ Km/h} \sim 10^{-6} c : \Delta t \approx (1 + 5 \cdot 10^{-13}) \Delta t_0 \approx \Delta t_0$$

∴ Si $v \ll c$: Relat. Especial → Mec. Clásica Diferencia indetectable

EJERCICIO 1

Una nave espacial de 1 Km de largo (eje X) se desplaza con una velocidad igual a $2.5 \cdot 10^8 \hat{i}$ m/s. Encuentre:

- La longitud de la nave según un observador O en reposo que afirma que la nave se mueve con una velocidad de $2.5 \cdot 10^8 \hat{i}$ m/s.
- Si en la nave ha pasado un año, ¿Cuánto tiempo ha pasado según el observador O?
- Si la velocidad de la nave es de $2.5 \cdot 10^8 \hat{j}$ m/s, ¿Cuál es la longitud de la nave según el observador que mide esa velocidad?

Solución

a) $l = l_0 / \gamma(v) = 1000 / (1 / \sqrt{1 - (2.5/3)^2})$

$l \approx 553$ metros

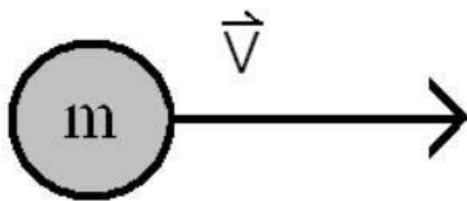
b) 1 año = 365 d = Δt_0

$\Delta t = \gamma(v) \Delta t_0 = \frac{365}{\sqrt{1 - (2.5/3)^2}} \approx 660$ días

c) Como en este caso v es perpendicular a la longitud de la nave, el efecto relativista no se percibe en el eje X. Es decir, $l = l_0$

4.1.2 ¿Depende la inercia de un cuerpo (m) de su contenido de energía (E)?

Energía de un cuerpo que se mueve libremente:



Mecánica Clásica: $E_{\text{tot}} = \frac{1}{2} m v^2$

Si $v = 0 \implies E_{\text{tot}} = 0$

v/s Relat. Especial $\longrightarrow ?$

¿Cómo se escribirá esta misma energía según la Relatividad Especial?

Relat. Especial:

$E_{\text{tot}} = \gamma(v) m c^2$

Ec 4

$v = 0 \implies E_{\text{tot}} = m c^2$ ¡!

∴ La masa es otra forma de energía

- La masa es energía condensada

Evidentemente: Relat. Especial $\xrightarrow{(v \ll c)}$ Mec. Clásica

Si $v \ll c$:

$$E_{\text{tot}} \approx \left(1 + \frac{1}{2} (v/c)^2\right) m c^2$$

$$= \frac{1}{2} m v^2 + m c^2$$

En Mecánica Clásica no se consideran las reacciones nucleares $\implies m c^2$ no se detecta al utilizar el Principio de Conservación de la Energía:

$$E_i = (E_{ki} + U_i) + mc^2$$

$$E_f = (E_{kf} + U_f) + mc^2$$

$$\Delta E = (E_{kf} + U_f) - (E_{ki} + U_i)$$

∴. Queda la posibilidad de que parte de la masa se transforme en energía (y viceversa).
 Esto se conoce como una "Reacción Nuclear" (situación no considerada en Mecánica Clásica).

EJERCICIO 2

Masa y Energía.

¿Cuánta energía se emite como radiación cuando se forma un átomo de hidrógeno a partir de un electrón y un protón inicialmente aislados?

DATOS (aproximados)

$$m(\text{protón}) = 1.7 \cdot 10^{-27} \text{ Kg}$$

$$m(\text{electrón}) = 9 \cdot 10^{-31} \text{ Kg}$$

$$m(\text{hidrógeno}) = 1.7008 \cdot 10^{-27} \text{ Kg}$$

Solución

Calculamos la variación de masa:

$$\Delta m = m(\text{H}) - [m(\text{p}) + m(\text{e-})] = 10^{-31} \text{ Kg}$$

$$\Delta E = \Delta m c^2 = - 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^8)^2$$

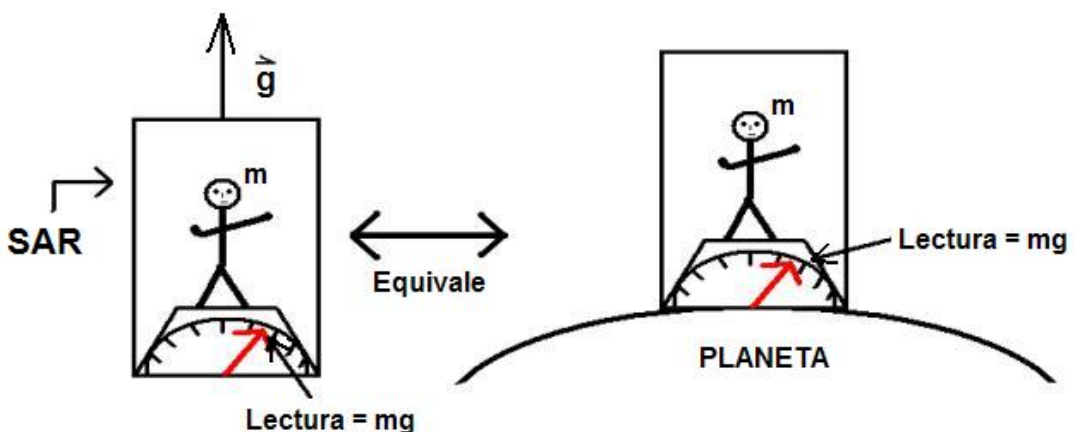
$$\Delta E \approx - 9 \cdot 10^{-15} \text{ J}$$

$\Delta E < 0$ (energía emitida o no absorbida)

4.1.3 Relatividad General

Principio de Equivalencia

Un Sistema Acelerado de Referencia es completamente equivalente a un campo gravitatorio homogéneo:



∴. La aceleración "crea" gravedad

EJERCICIO 3

Un ascensor asciende con una aceleración de 2 m/s^2 . Dentro del ascensor se encuentra un hombre de 70 Kg parado sobre una balanza. ¿Cuánto marca la balanza?

Solución

$$\begin{aligned} \text{Normal} &= ma + mg \\ &= 70 \times 2 + 70 \times 9.8 \end{aligned}$$

$$\text{Normal} = 826 \text{ [N]}$$

Esto da una masa “aparente” de $N/9.8 = 84.3 \text{ Kg}$ en lugar de 70 Kg .

EJERCICIO 4

Realice el ejercicio anterior con el ascensor descendiendo a 2 m/s^2 . Realice además el diagrama de cuerpo libre para el hombre.

Ecuación de Campo Gravitatorio de Einstein

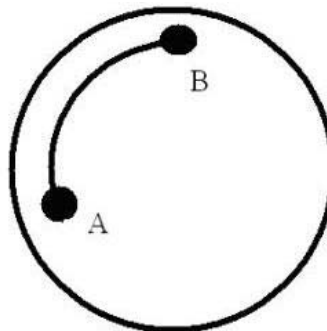
1ª Ley de Newton (Según la Mecánica Clásica): Por inercia, los cuerpos tienden a moverse en línea recta (con MUR).

1ª Ley de Newton Generalizada: los cuerpos se mueven por inercia a lo largo de las líneas más cortas posibles en el EspacioTiempo (y no sólo en el Espacio).

Estas líneas se denominan “geodésicas”.

- Si el Espacio y el Tiempo son planos: la geodésica es una línea recta \Rightarrow MUR
- Si el Espacio y el Tiempo presentan curvatura:

La geodésica
ahora
es una curva:



Importante: La geodésica que crea el Sol en su entorno es una “sección cónica” y los cuerpos celestes se mueven por inercia a lo largo de una geodésica dependiente de la energía del móvil:

- Si la energía cinética es muy baja la geodésica es una espiral que termina en el Sol.
- Si la energía cinética tiene un valor intermedio, la geodésica puede ser una circunferencia o una elipse (ej: la Tierra en torno del Sol)
- Si la energía cinética es muy alta, la geodésica puede ser una parábola o una hipérbola (ej: cometas)

Resumiendo

La materia le dice al espacio como curvarse y el espacio le dice a la materia como moverse.

Ecuación de Campo Gravitatorio de Einstein

$$\text{[Curvatura en } \vec{r} \text{]} \propto \text{[Masa, energía y momentum en } \vec{r} \text{]}$$

Ec 5

c) Agujeros Negros

Si la gravedad de un objeto X es muy fuerte, la velocidad necesaria para abandonar la superficie de X puede llegar a ser mayor que $c \Rightarrow$ NADA puede escapar de la gravedad de X
 ... Ni siquiera la luz:



Radio de Schwarzschild

Es el mínimo radio que tiene que tener X para convertirse en un Agujero Negro.

$$R_S = 2GM/c^2 \quad \therefore R_{AN} \leq R_S$$

Ec 6

NOTA: en sus comienzos, el universo era un agujero negro ($R_U \ll R_S$)

EJERCICIO 5

Relatividad General.

Responda las siguientes preguntas:

a) Dadas las siguientes situaciones, ordénelas de acuerdo con la curvatura producida:

Situación A: Espacio interestelar calentado a 300 K

Situación B: Espacio interestelar a 3 K (temperatura normal)

Situación C: Vecindad de la Tierra

b) ¿A qué tamaño tendría que encogerse la Tierra para convertirse en un agujero negro?

Solución

a) **Curvatura (C) > Curv (A) > Curv (B)**

b)

$$M(\text{Tierra}) \approx 6 \cdot 10^{24} \text{ Kg}$$

$$R_S = 2GM / c^2$$

$$= 2 \cdot 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} / (3 \cdot 10^8)^2$$

$$R_S \approx 8.89 \text{ mm}$$

4.1.4 Tema especial: El Big Bang (conversación entre tres científicos: V, JL y L)

JL: Si el principio de equivalencia fuese correcto, un rayo de luz tendría que curvarse al pasar cerca del Sol...

V: En 1919 la comunidad científica se trasladó al Ecuador para ver si era cierto o no que la luz de las estrellas se curvaba al pasar cerca del Sol. La única forma de ver al mismo tiempo el Sol y las estrellas ocurre durante un eclipse solar. Durante este suceso, Eddington fotografió las

~~estrellas visualmente cercanas al Sol y comprobó que la desviación de la luz ante un campo gravitatorio era un hecho real, dado que las estrellas se veían en una posición que no les~~